

22^{ème} Congrès Français de Mécanique

Lyon, 24 au 28 Août 2015

Influence de la viscosité interfaciale sur la dynamique de gouttes visqueuses en écoulement cisailé

J. GOUNLEY^a, G. BOEDEC^b, M. JAEGER^a, M. LEONETTI^b

a. Aix-Marseille Université, CNRS, Centrale Marseille, M2P2 UMR 7340,
Technopôle de Château-Gombert, 13451 Marseille Cedex 13 France.
(mail : marc.jaeger@centrale-marseille.fr)

b. Aix-Marseille Université, CNRS, Centrale Marseille, IRPHE UMR 7342,
Technopôle de Château-Gombert, 13384 Marseille, France.
(mail : boedec@irphe.univ-mrs.fr; leonetti@irphe.univ-mrs.fr)

Résumé :

Les effets de la viscosité interfaciale sur la dynamique d'une goutte visqueuse soumise à un écoulement de cisaillement sont étudiés numériquement. La méthode, basée sur le couplage des intégrales de frontières pour l'hydrodynamique avec les éléments finis pour le calcul des contraintes interfaciales, est introduite et validée. L'inclusion des effets de viscosité interfaciale conduit à une stabilisation des gouttes en cisaillement (augmentation du nombre capillaire critique avant rupture). Une nouvelle dynamique transitoire est également observée.

Abstract :

Effects of interfacial viscosity on the dynamics of a viscous drop under shear flow are studied numerically. The method, based on the coupling of boundary integral method for hydrodynamics with finite elements for interfacial stress computations, is introduced and validated. The inclusion of interfacial viscosity effects leads to a stabilization of drops under shear (increase of critical capillary number before breakup). A new transient dynamics is also observed.

Mots clefs : Ecoulements de Stokes, viscosité interfaciale, gouttes

1 Introduction

La dynamique d'une goutte visqueuse isolée soumise à un écoulement simple a fait l'objet de nombreuses études, que ce soit pour étudier la fragmentation, la rhéologie d'émulsions diluées, ou comme système modèle de particule déformable sous écoule-

ment. La modélisation la plus simple pour les propriétés interfaciales d'une goutte considère une tension de surface constante. Néanmoins, la présence de surfactants à l'interface, très utilisés pour stabiliser les mousses par exemple, entraîne des variations locales de tension de surface avec la concentration en surfactants. Plus généralement, la présence de surfactants se traduit par un comportement viscoélastique de l'interface [1, 3, 11]. Les études considérant l'effet de la viscosité interfaciale sont principalement analytiques, et donc limitées aux régimes de faible déformation, à l'exception de [10], qui utilisent un modèle level-set pour étudier l'effet de la viscosité de surface sur la dynamique d'une goutte dans un écoulement de Poiseuille, et de [8], qui utilise un modèle intégrale de frontière pour étudier l'effet de la viscosité de surface sur la dynamique d'une goutte en cisaillement. Cependant, les résultats de [8] sont limités par des problèmes de stabilité numérique et de coût de calcul. Afin d'étudier les effets de viscosité de surface sur la dynamique d'une goutte en cisaillement, nous proposons une méthode numérique basée sur le couplage des intégrales de frontières pour la description des champs hydrodynamiques avec une méthode éléments finis pour le calcul des contraintes interfaciales. Les résultats obtenus sont validés par comparaison avec la littérature, puis étendus pour considérer l'impact de la viscosité interfaciale.

2 Système d'équations et paramètres adimensionnés

On considère une goutte visqueuse initialement sphérique (rayon R) suspendue dans un fluide immiscible de même viscosité (μ). Les fluides sont considérés Newtoniens et on s'intéresse au régime d'écoulement de Stokes:

$$-\nabla p^{i,e} + \mu \Delta \mathbf{v}^{i,e} = \mathbf{0} \quad , \quad \nabla \cdot \mathbf{v}^{i,e} = 0$$

où (\mathbf{v}, p) désignent la vitesse et la pression du fluide interne (exposant i) ou externe (exposant e). A $t = 0$, la goutte est soumise à un écoulement de cisaillement $\mathbf{v}^\infty = (\dot{\epsilon}y, 0, 0)$. Les champs de vitesse internes et externes sont continus à l'interface $\mathbf{v}^i(\mathbf{x}) = \mathbf{v}^e(\mathbf{x})$ et celle ci est advectée par l'écoulement $\frac{\partial \mathbf{x}}{\partial t} = \mathbf{v}(\mathbf{x})$. Enfin, l'interface est en équilibre mécanique quasi-statique : $[[\boldsymbol{\sigma}]] \cdot \mathbf{n} + \mathbf{f} = \mathbf{0}$, où $\boldsymbol{\sigma}$ est le tenseur des contraintes fluides, \mathbf{n} est la normale sortante à l'interface, et \mathbf{f} est la densité surfacique de forces interfaciales. Pour clore la modélisation, l'interface est décrite comme suivant une loi constitutive de Boussinesq-Scriven, c'est à dire une loi de comportement linéaire caractérisée par une tension de surface γ , une viscosité de cisaillement surfacique μ_s et une viscosité de dilatation surfacique μ_d :

$$\boldsymbol{\sigma}_s = \gamma \mathbf{P} + (\mu_d - \mu_s) \Theta \mathbf{P} + 2\mu_s \mathbf{e} \quad (1)$$

où $\mathbf{P} = \mathbf{Id} - \mathbf{n} \otimes \mathbf{n}$ est le projecteur sur la surface, $\Theta = \nabla_s \cdot \mathbf{v}$ est le taux de dilatation surfacique, et \mathbf{e} est le tenseur surfacique des taux de déformations

$$\mathbf{e} = \frac{1}{2} \mathbf{P} (\nabla_s \mathbf{v} + \nabla_s^T \mathbf{v}) \mathbf{P}$$

On s'intéressera ici au cas où les deux viscosités sont égales ($\mu_s = \mu_d$). Dans ce cas, deux nombres sans dimensions caractérisent l'influence des paramètres physiques: le nombre capillaire $Ca = \frac{\mu_d R}{\gamma}$ qui mesure l'importance des effets hydrodynamiques par rapport aux effets de tension de surface, et le nombre de Boussinesq $Bq = \frac{\mu_s}{\mu_d}$, qui mesure l'effet de la viscosité surfacique, par rapport à la viscosité de volume.

3 Méthode numérique

Les équations de Stokes sont résolues en utilisant une méthode intégrale de frontière [7], ce qui permet de ne mailler que l'interface. La vitesse d'un point de l'interface est donnée par:

$$\mathbf{v}(\mathbf{x}) = \mathbf{v}^\infty + \frac{1}{8\pi\mu} \int_S G_{ij}(\mathbf{x}_0, \mathbf{x}) f_j dS(\mathbf{x}_0) \mathbf{e}_i \quad (2)$$

où les indices répétés indiquent une sommation, et G_{ij} est le Stokeslet en espace infini. L'interface est discrétisée par des éléments de Loop, qui permettent d'assurer une représentation C^2 de l'interface, sauf en quelques points pour lesquels la représentation est uniquement C^1 . Une méthode éléments finis basée sur le même maillage permet de résoudre la forme faible de l'équation

$$\nabla_s \cdot \boldsymbol{\sigma}_s + \mathbf{f} = \mathbf{0} \quad (3)$$

ce qui permet de calculer la densité surfacique de force \mathbf{f} à partir du tenseur des contraintes surfaciques. Les équations (2), (3), avec la relation constitutive (1) montrent que le champ de vitesse de l'interface à chaque instant est solution d'une équation implicite que l'on peut réécrire sous la forme:

$$(Id - GF^\mu)(\mathbf{v}) = \mathbf{v}^\infty + GF^\gamma \quad (4)$$

où GF^μ est un opérateur linéaire représentant la perturbation hydrodynamique due aux forces de viscosité de surface, GF^γ est la perturbation due aux forces de tension de surface. Cette équation est résolue itérativement par la méthode GMRES. Finalement, la position de l'interface est mise à jour en utilisant un schéma de Runge-Kutta-Fehlberg (RK45), permettant ainsi un contrôle local de l'erreur.

4 Résultats

Le paramètre de Taylor D est défini comme le rapport $D = (L - B)/(L + B)$ où L et B sont, respectivement, le grand et le petit axe de l'ellipsoïde ayant le même tenseur d'inertie que la goutte. Ces axes restent dans le plan de l'écoulement dans toutes les simulations présentées. L'inclinaison de la goutte par rapport au cisaillement est mesurée par l'angle θ que fait le grand axe L par rapport à l'horizontale.

Pour une goutte sans viscosité de surface ($Bq = 0$), les résultats obtenus sont en très bon accord avec les résultats de la littérature: à faible nombre capillaire, le paramètre

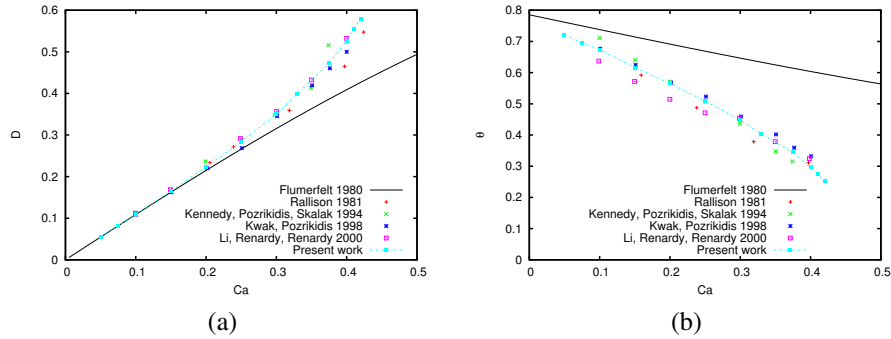


Figure 1: Evolution en fonction du nombre capillaire: (a) Paramètre de Taylor (b) Angle d'inclinaison. Comparaison avec l'analyse linéaire de Flumerfelt [4] (trait continu), et les résultats de simulations de la littérature (symboles).

de Taylor suit le calcul analytique de Flumerfelt [4], valide dans la limite des faibles déformations. L'angle d'inclinaison est plus faible que la valeur théorique, mais est en accord avec les autres résultats de simulations [9, 5, 6]. Pour de telles situations, il est connu que la théorie linéaire surestime l'angle d'inclinaison et que l'inclusion des termes d'ordre supérieur est nécessaire pour prédire l'angle d'inclinaison correct. Pour des nombres capillaires plus importants, le paramètre de Taylor suit une évolution non linéaire cohérente avec les autres résultats de simulation. Enfin, il existe un capillaire critique (≈ 0.42) au delà duquel il n'y a plus d'état stationnaire en cisaillement: la goutte s'étire en développant un fin filament central, qui se déstabilise ensuite, conduisant à la fragmentation de la goutte [9, 5, 6]. Ce capillaire critique augmente lorsque le nombre de Boussinesq augmente: l'inclusion des effets de viscosité surfacique stabilise la goutte en limitant sa déformation.

Pour un nombre capillaire fixé, on observe que le paramètre de Taylor et l'angle d'inclinaison diminuent fortement lorsque le nombre de Boussinesq augmente (cf. figure 2). De façon remarquable, la théorie de Flumerfelt décrit mieux le paramètre de Taylor d'une goutte lorsque les effets visqueux sont importants ($Bq > 5$) que pour une goutte non visqueuse ($Bq = 0$). Pour l'angle d'inclinaison, l'écart à la théorie connu pour des gouttes non visqueuses reste notable, sauf pour des effets visqueux très importants ($Bq > 20$), où la théorie est en bon accord avec les simulations, car les faibles déformations $D \approx 0.1$ qui sont alors mises en jeu restent dans le domaine de validité de la théorie.

Pour des effets de viscosité interfaciale très importants, une nouvelle dynamique transitoire a été observée: le paramètre de Taylor et l'angle d'inclinaison suivent une oscillation amortie. Le taux d'amortissement dépend du nombre capillaire: pour de faibles nombres capillaires, l'état stationnaire est atteint après trois périodes, alors que lorsque le nombre capillaire augmente, les oscillations peuvent persister pendant plusieurs dizaines de périodes. Dans la limite d'une tension de surface nulle (nombre capillaire

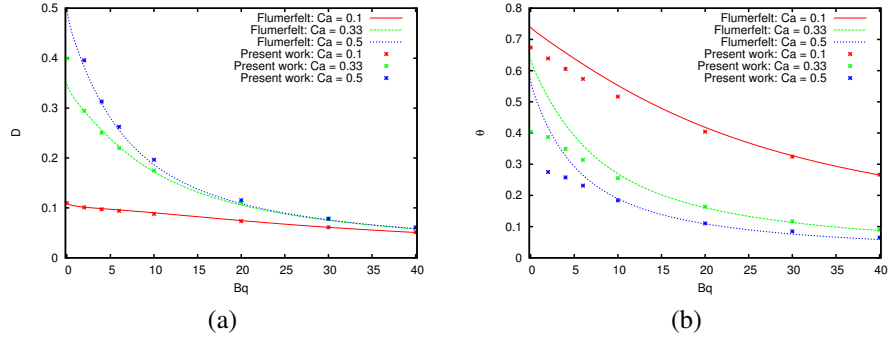


Figure 2: (a) Paramètre de Taylor en fonction du nombre de Boussinesq pour trois nombres capillaires différents ($Ca = 0.1, 0.33, 0.5$). (b) Angle d'inclinaison dans le cisaillement en fonction du nombre de Boussinesq. Les courbes représentent les résultats théoriques de Flumerfelt [4], les symboles représentent les résultats des simulations numériques

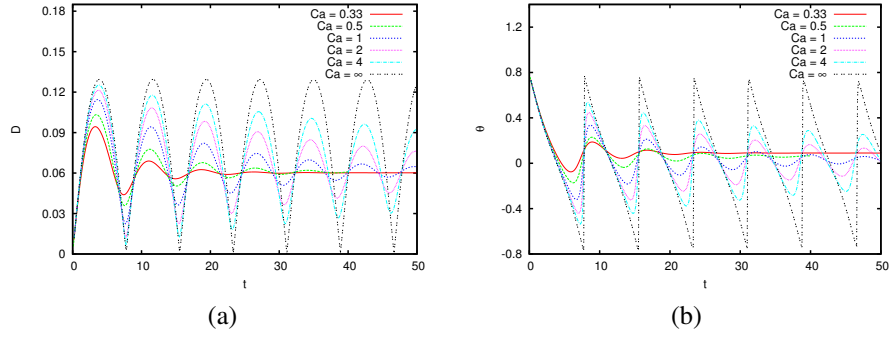


Figure 3: Evolution en fonction du temps de (a) Paramètre de Taylor (b) Angle d'inclinaison pour une goutte à $Bq = 40$ et pour différents nombres capillaires. Le temps est adimensionné par $1/\epsilon$.

infini), l'oscillation persiste indéfiniment.

5 Conclusion

Une nouvelle méthode numérique couplant intégrale de frontières et éléments finis a été développée pour étudier la dynamique de gouttes dans un écoulement imposé. Cette méthode a été validée par comparaison aux résultats existants dans la littérature, puis étendue pour étudier l'influence de la viscosité interfaciale sur la dynamique d'une goutte en cisaillement. Celle-ci a notamment pour effet de stabiliser la goutte: le nombre capillaire critique avant la rupture de la goutte augmente non linéairement avec le nombre de Boussinesq. En deçà du nombre capillaire critique, la viscosité interfaciale

diminue notablement la déformation de la goutte, ainsi que l'angle d'inclinaison dans l'écoulement. Enfin, une nouvelle dynamique transitoire lors de laquelle la déformation et l'angle d'inclinaison présentent une oscillation amortie a été mise en évidence. Les résultats présentés ici seront étendus pour considérer les effets séparés de la viscosité interfaciale de cisaillement et de la viscosité interfaciale de dilatation.

References

- [1] Boussinesq, M. Sur l'existence d'une viscosité superficielle, dans la mince couche de transition séparant un liquide d'un autre fluide contigu. *Ann. Chim. Phys* 29, 349–357., 1913
- [2] Cirak, F., Ortiz, M. Schroder, P. Subdivision surfaces: a new paradigm for thin-shell finite-element analysis. *Int. J. Numer. Meth. Eng.* 47 (12), 2039–2072. 2000.
- [3] Erni, P. Deformation modes of complex fluid interfaces. *Soft Matter* 7 (17), 7586–7600, 2011
- [4] Flumerfelt, R. W., Effects of dynamic interfacial properties on drop deformation and orientation in shear and extensional flow fields. *J. Colloid Interface Sci.* 76 (2), 330–349, 1980
- [5] Kwak, S. Pozrikidis, C., Adaptive triangulation of evolving, closed, or open surfaces by the advancing-front method. *J. Comp. Phys.* 145 (1), 61–88, 1998.
- [6] Li, J., Renardy, Y. Y. Renardy, M. Numerical simulation of breakup of a viscous drop in simple shear flow through a volume-of-fluid method. *Phys. Fluids* 12 (2), 269–282, 2000
- [7] Pozrikidis, C., Boundary integral and singularity methods for linearized viscous flow . Cambridge University Press. 1992
- [8] Pozrikidis, C., Effects of surface viscosity on the finite deformation of a liquid drop and the rheology of dilute emulsions in simple shearing flow. *J. Non-Newtonian Fluid Mech.* 51 (2), 161–178. 1994
- [9] Rallison, J. A numerical study of the deformation and burst of a viscous drop in general shear flows. *J. Fluid Mech.* 109, 465–482, 1981.
- [10] Reusken, A. Zhang, Y., Numerical simulation of incompressible two-phase flows with a Boussinesq–Scriven interface stress tensor. *Int. J. Numer. Meth. Fluids* 73 (12), 1042–1058. 2013
- [11] Scriven, L. Dynamics of a fluid interface equation of motion for Newtonian surface fluids. *Chem. Eng. Sci.* 12 (2), 98–108, 1960